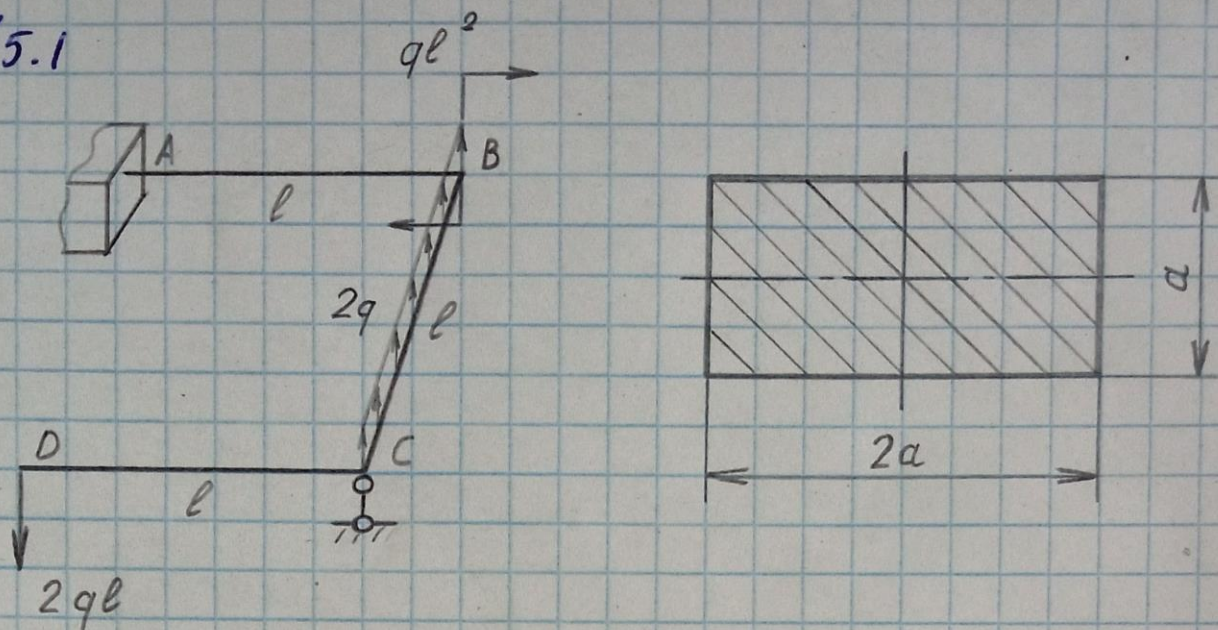


№ 5.1



Для заданной статически неопределимой рамы
найти из условия прочности размеры поперечного сечения.
Расчёт выполнить по теории энергии формоизменения.

$$\sigma_T = 300 \text{ МПа}, \quad n_T = 1,5, \quad q = 20 \text{ Н/мм}, \quad l = 500 \text{ м},$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \quad \mu = 0,25$$

Решение:

$$1) \quad I_x = \frac{2a \cdot a^3}{12} = \frac{a^4}{6}, \quad W_x = \frac{a^3}{3}$$

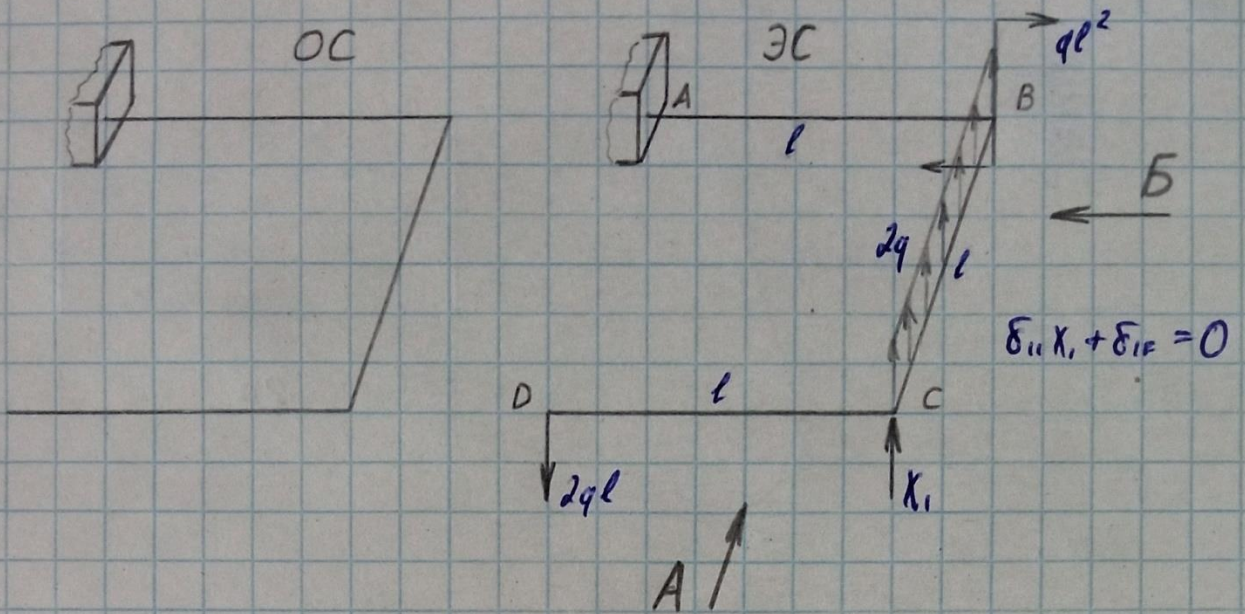
$$I_k = \beta \cdot a^3 \cdot 2a, \quad \beta = 0,229$$

$$W_k = \alpha \cdot a^2 \cdot 2a, \quad \alpha = 0,246$$

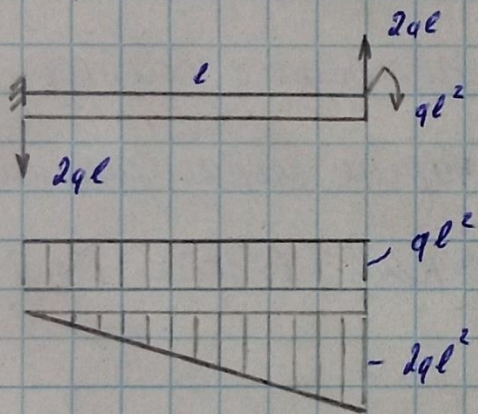
$$\frac{1}{G I_k} = \frac{2(1+\mu)}{E \cdot \beta \cdot a^3 \cdot 2a} = \frac{1+\mu}{6\beta} \frac{6}{E a^4} = \frac{1+\mu}{6\beta} \frac{1}{E I_x}$$

(1)

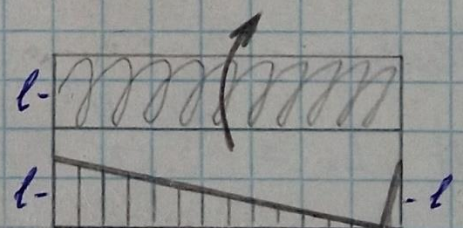
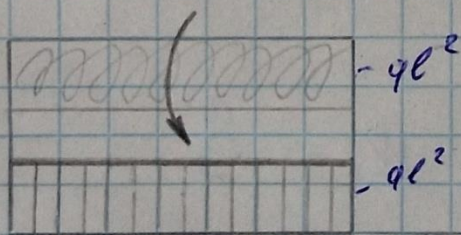
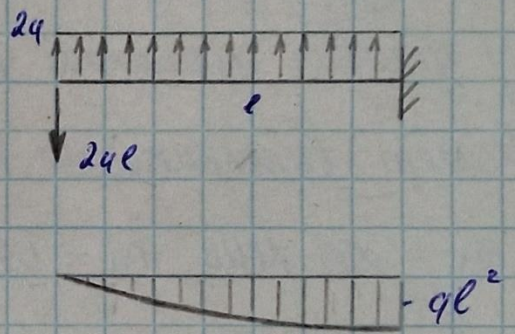
2) Рамка еднократно статически неопределима



Вид А



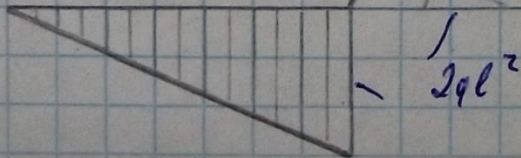
Вид Б



(F)

(I)

(2)



$$\delta_{II} = \frac{1}{EI_x} \left(2 \cdot \frac{1}{2} \cdot l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l \right) + \frac{1+\mu}{6\beta} \frac{1}{EI_x} (l \cdot l \cdot l) =$$

$$= \frac{l^3}{EI_x} \left(\frac{2}{3} + \frac{1+\mu}{6\beta} \right) = 1,576 \frac{l^3}{EI_x}$$

$$\delta_{IF} = \frac{1}{EI_x} \left(-\frac{2ql^3}{12} \cdot \frac{l}{2} - \frac{1}{2} ql^2 \cdot l \cdot \frac{2}{3} l + ql^2 \cdot l \cdot \frac{l}{2} \right) +$$

$$+ \frac{1+\mu}{6\beta} \frac{1}{EI_x} \left(-ql^2 \cdot l \cdot l \right) = \frac{ql^4}{EI_x} \left(-\frac{1}{12} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1+\mu}{6\beta} \right) =$$

$$= \frac{ql^4}{EI_x} \left(\frac{1}{12} - \frac{1+\mu}{6\beta} \right) = -0,826 \frac{ql^4}{EI_x}$$

$$X_1 = 0,524 ql$$

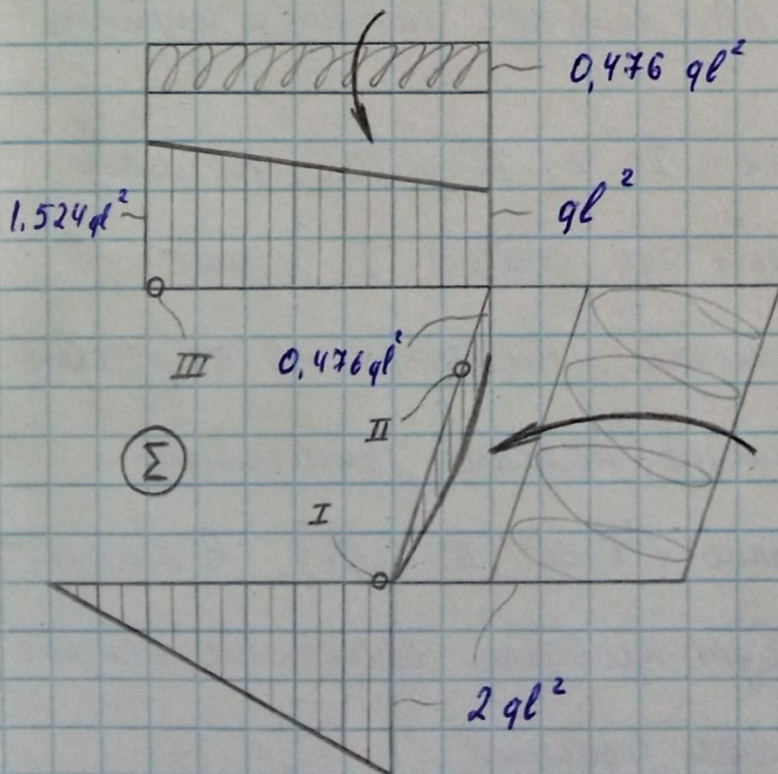


Рис. 1

Проверка:

$$V_c = \frac{1}{EI_x} \left(-\frac{2ql^3}{12} \cdot \frac{l}{2} - \frac{1}{2} \cdot 0,476ql^2 \cdot l \cdot \frac{2}{3} l + \right.$$

$$\left. + \frac{l}{6} \left[1,524ql^2(2l) + ql^2(l) \right] \right) =$$

$$- \frac{1+\mu}{6\beta} \frac{1}{EI_x} (0,476ql^4) =$$

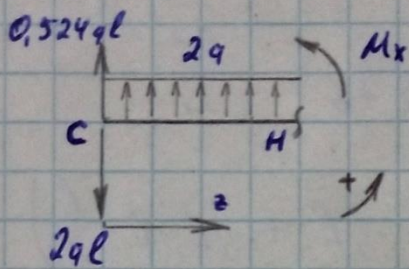
$$= \frac{ql^4}{EI_x} \left(-0,083 - 0,159 + 0,508 + \right.$$

$$\left. + 0,167 - 0,433 \right) = 0$$

Проверка совпала

(3)

3) Исследование ут. ВС на экстремум:



$$\sum F_y = 0,524ql - 2ql + 2qz^* = 0$$

$$z^* = 0,738l$$

$$\sum M_H = (2ql - 0,524ql)z^* - qz^{*2} + M_x^* = 0$$

$$M_x^* = -0,545ql^2$$

4) Опасные сечения: I, II, III (рис. 1)

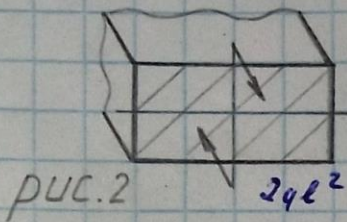
I - на участке CD, наиб. изг. момент.

II - на участке BC, наиб. изг. момент и кручение

III - на участке AB, наиб. изг. момент и кручение

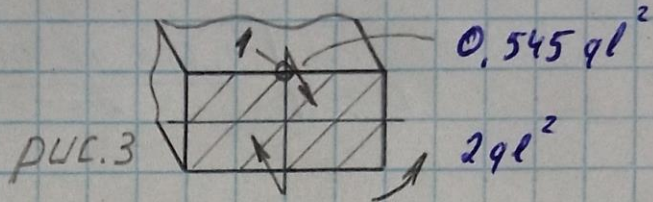
Сравнивая сечения I с II и III, не могу однозначно сказать, что сечение I менее опасно, чем остальные. Несмотря на отсутствие кручения, изгибающий момент значительно превышает остальные (в сеч. II и III). В любом случае, так будут проверены возможные опасные сечения на каждом участке.

Сечение I



$$\sigma = 6 \frac{qe^2}{a^3}$$

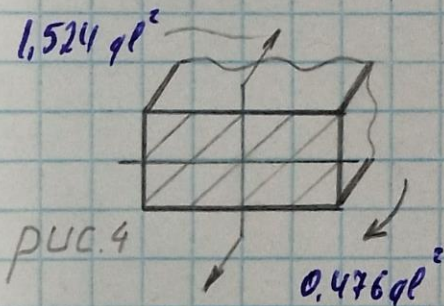
Сечение II



$$\sigma = \frac{3 \cdot 0,545 qe^2}{a^3} = 1,635 \frac{qe^2}{a^3}; \quad \tau = \frac{2qe^2}{2 \cdot a^2 \cdot 2a} = 4,065 \frac{qe^2}{a^3}$$

$$\sigma_{\text{нпб}}^{\text{хм}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 7,228 \frac{qe^2}{a^3}$$

Сечение III



$$\sigma = \frac{3 \cdot 1,524 qe^2}{a^3} = 4,572 \frac{qe^2}{a^3}; \quad \tau = \frac{0,476 qe^2}{2 \cdot a^2 \cdot 2a} = 0,967 \frac{qe^2}{a^3}$$

$$\sigma_{\text{нпб}}^{\text{хм}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 4,870 \frac{qe^2}{a^3}$$

Опасное сечение: II; опасная точка находится дальше всего от нейтральной линии, посередине ширины прямоугольника (точки слева и справа не хуже друг друга), сверху, где растяжение, т.к. материал - пластичный ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа - сталь), а значит при растяжении работает хуже, чем при сжатии. Опасная точка - 1 (рис. 3)

5) По условия прочности:

$$\sigma_{\max} = 7,228 \frac{q_0 l^2}{a^3} = \frac{\sigma_T}{n_T}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{7,228 q_0 l^2 n_T}{\sigma_T}} = 56,5 \text{ мм}$$

6) Результаты:

Опасное сечение - II (рис. 1)

Опасная точка - 1 (рис. 3)

$$\sigma_{\max} = 7,228 \frac{q_0 l^2}{a^3}$$

$$a = 56,5 \text{ мм}$$